

EMPLOI DES SOURCES ET DOUBLETS AU CALCUL DE LA VOILURE D'UN AVION SUPERSONIQUE

ROBERT LEGENDRE

Ingénieur Général du Génie Maritime, Directeur Technique de l'Office National
d'Etudes et Recherches Aéronautiques

SOMMAIRE

Le choix d'une représentation convenable, non exagérément limitative, de la répartition sur la forme en plan de l'aile de l'excès de la pression d'intrados sur la pression d'extrados, permet de ramener le calcul d'une aile à l'évaluation d'une intégrale simple.

La cote de l'aile peut être calculée directement et explicitement avec une bonne précision sans précaution spéciale. Il faut porter plus d'attention au calcul de la résistance qu'il s'agit de rendre minimale car elle est faible mais se présente comme la somme algébrique de termes importants.

INTRODUCTION

Un précédent mémoire* a exposé une méthode de calcul d'une aile à bord d'attaque courbe, adaptée au vol supersonique, L'objet du présent travail est l'exploitation de cette méthode par un calcul numérique facile qui a pu être effectué à l'aide d'une machine simple. L'application présentée prépare une programmation pour une machine perfectionnée.

Il est supposé que le responsable du projet de voilure a des idées assez précises sur la forme en plan qu'il doit adopter et sur la répartition de la différence de pression entre l'extrados et l'intrados qu'il doit choisir. Il peut cependant se réserver des paramètres pour régler portance, moment et résistance.

L'un des principaux intérêts de la courbure du bord d'attaque est la facilité qu'elle donne pour régler le moment à portance donnée alors que le déplacement du centre de poussée est très limité pour une aile delta. Un avantage accessoire

* *La Recherche Aéronautique*, n° 79, novembre-décembre 1960.

non négligeable de la courbure du bord d'attaque est la continuité de variation des caractéristiques lorsque la vitesse approche ou même franchit celle pour laquelle la tangente en un point du bord d'attaque devient "supersonique." Enfin la courbure est un paramètre important pour la recherche de bonnes qualités aux incidences élevées. Ces éléments ne peuvent pas tous être pris en considération avec précision pour un calcul de la forme de la voilure mais l'expérience acquise par l'exploitation de nombreux essais en souffleries dirige le choix d'une forme en plan convenable.

La différence de pression entre l'extrados et l'intrados ne peut pas s'écarter beaucoup de la loi correspondant à l'aile plane, s'il faut éviter que le vrillage et la cambrure prennent des valeurs élevées, défavorables à la limitation de résistance et compliquant la construction. Cette différence peut toutefois s'annuler assez brutalement au bord d'attaque, au régime d'adaptation, pour qu'un contournement de ce bord d'attaque, entraînant des risques de décollement, soit évité.

En définitive, les modifications de forme en plan et de répartition de l'excès de la pression d'intrados sur la pression d'extrados sont assez étroitement limitées et un choix judicieux conduit très directement à une forme convenable de la voilure. Ceci souligne l'intérêt d'un calcul prenant pour données la forme en plan et la surpression.

Quelques difficultés de réglage du moment et de la résistance peuvent toutefois apparaître au cours d'un tel calcul. Il est donc utile de disposer de paramètres, même s'ils ne sont pas susceptibles de varier entre des limites écartées, pour ajuster ou maintenir la portance et le moment en recherchant un minimum de résistance.

RAPPEL DU PRINCIPE DE LA METHODE

Lorsque la forme en plan et l'excès de la pression d'intrados sur la pression d'extrados $\delta p = [\delta C_p] \rho V_0^2 / 2$ sont donnés, le potentiel de la vitesse $V_0 \varphi$, satisfaisant aux équations de la mécanique des fluides linéarisés à juste titre, est défini par:

$$4\pi\varphi(x, y, z) = \iint_{\mathfrak{D}} \frac{\partial}{\partial x_0} [\delta C_p(x_0, y_0)] \frac{zR}{r^2} dx_0 dy_0$$

où l'intégrale est étendue à toute la surface \mathfrak{D} de l'aile comprise dans l'avant cône de Mach du point x, y, z . La fonction zR/r^2 homogène en $x - x_0, y - y_0$ et z , est définie, pour le nombre de Mach M , par

$$r^2 = (y - y_0)^2 + z^2 \leftrightarrow \beta = \sqrt{M^2 - 1}$$

$$R^2 = (x - x_0)^2 - \beta^2 r^2$$

Elle ne correspond pas exactement à une source ou à un doublet et le titre choisi pour le présent mémoire vise surtout à indiquer que la méthode employée est celle des singularités convenablement réparties et s'oppose ainsi à d'autres

méthodes plus avantageuses pour des démonstrations de portée générale mais presque toujours moins facilement exploitables pour des applications pratiques.

Il a été montré que la cote de l'aile $h(x, y)$ est définie, à une fonction $z(y)$ près assujettie seulement à être petite, par la formule :

$$4\pi h(x, y) = \int_{\mathcal{C}} \delta C_p(x_0, y_0) H_0[x - x_0, y - y_0] dx_0 \\ + \iint_{\mathcal{D}} \frac{\delta}{\delta y_0} [\delta C_p(x_0, y_0)] H_0[x - x_0, y - y_0] dx_0 dy_0$$

où \mathcal{C} est le contour du domaine \mathcal{D} , décrit dans le sens direct, et H_0 une fonction définie par :

$$\frac{H_0}{\beta} = -\theta - \cotan \theta \quad \tan \theta = \frac{\beta(y - y_0)}{R}$$

Le calcul de la cote est donc facile et fut effectivement mené à l'aide de cette formule par Bevierre et Belmas à l'ONERA à titre de vérification de la méthode qui va être exposée.

CALCUL DE LA COTE DE L'AILE PAR UNE INTEGRALE SIMPLE

Il fut supposé, pour l'établissement des précédentes formules que le coefficient de surpression δC_p admettait des dérivées du premier ordre. S'il admet des dérivées d'ordres élevés, l'expression de la cote de l'aile peut être transformée par des intégrations par parties.

$$4\pi h(x, y) = \int_{\mathcal{C}} \left[\delta C_p H_0 - \frac{\partial \delta C_p}{\partial y_0} H_1 + \dots + (-1)^n \frac{\partial^n \delta C_p}{\partial y_0^n} H_n \right] dx_0 \\ + (-1)^n \iint_{\mathcal{D}} \frac{\partial^{n+1}}{\partial y_0^{n+1}} [\delta C_p] H_{n+1} dx_0 dy_0$$

où $H_1 \dots H_n$ sont des primitives successives de H_0 par rapport à y_0 .

Le bénéfice de la transformation n'existe que si l'intégrale double qui subsiste est négligeable ou s'annule pour un nombre de termes de l'intégrale simple non exagérément grand.

L'auteur du projet n'impose pas une forme tellement précise à la surpression pour ne pas pouvoir la représenter par une expression analytique simple et la plus simple de toutes est l'expression polynomiale en y_0 , d'un degré n pair pour une aile symétrique, et dont la dérivée d'ordre $n + 1$ par rapport à y_0 est nulle. La cote de l'aile est alors fournie par une intégrale simple.

Il convient toutefois de discuter la réduction de généralité de la méthode que coûte une telle simplification.

Tout d'abord, pour éviter le contournement du bord d'attaque, il suffit que le coefficient de surpression δC_p tende vers zéro comme la racine carrée de la distance à cette ligne et les dérivées premières peuvent être infinies sans inconvénient. La représentation polynomiale impose à toutes les dérivées d'être finies.

Il n'y a pas d'impossibilité à les choisir très grandes au bord d'attaque pour que le coefficient de surpression s'annule assez brutalement mais il faut, à cet effet, élever sensiblement le degré et alourdir le calcul de l'intégrale simple.

L'élévation du degré dans ces conditions altère la précision et peut la rendre inacceptable pour un calcul sur une machine simple. Des valeurs importantes des dérivées au bord d'attaque ne peuvent en effet être obtenues que par l'emploi de coefficients du polynôme très élevés. La cote est alors fournie par la somme algébrique de termes très grands qui doivent comporter un grand nombre de chiffres significatifs. La difficulté s'aggrave au moment du calcul de la résistance qui est faible et se présente aussi sous la forme d'une somme algébrique d'intégrales portant sur les cotes.

Un remède, qui n'a pas été employé pour l'application présentée, est la représentation du coefficient de surpression par plusieurs polynômes raccordés jusqu'à un certain ordre. Il faut alors reprendre l'intégration par parties pour tenir compte des discontinuités de première espèce des dérivées d'ordres élevés et il faut ajouter à l'intégrale simple, calculée sur le contour \mathcal{C} du domaine \mathcal{D} une autre intégrale simple calculée le long de la ligne de raccordement des représentations polynomiales.

MARGE STATIQUE

La méthode proposée n'est pas convenable pour la résolution du problème direct de calcul de l'écoulement autour d'une aile donnée. Un tel calcul n'apparaît pas indispensable à première vue. Toutefois, pour situer le foyer et apprécier la marge statique, il est utile de calculer l'écoulement autour de l'aile plane de même forme en plan.

Un calcul auxiliaire de résolution d'un problème direct est donc souhaitable. Il est notablement simplifié pour une aile plane et n'exige pas une précision très grande car il s'agit de disposer d'une référence.

Ceci a toutefois limité le choix de la forme en plan pour la première application présentée car, en l'attente d'un choix définitif des formes en plan par les constructeurs d'avions supersoniques, les méthodes de calcul des ailes planes à bord d'attaque courbe, développées à l'ONERA par Melle Vallee n'avaient été utilisées, au début des calculs d'ailes adaptées, que pour une forme en plan ogivale qui fut retenue pour l'exemple destiné à illustrer les possibilités de la méthode.

CONDITION AU BORD DE FUITE

L'auteur considère qu'il est souhaitable d'appliquer la condition de Joukowski au bord de fuite d'une aile transsonique pour éviter un déplacement excessif du centre de poussée au franchissement de la célérité du son par la vitesse.

Cette condition s'applique en effet aux vitesses subsoniques et la surpression s'annule assez lentement vers le bord de fuite. A mesure que la vitesse s'approche de la célérité du son la chute de portance se raidit et il n'y a pas de discontinuité lorsque le nombre de Mach atteint l'unité. Toutefois, le déplacement du centre de poussée s'est amorcé déjà aux vitesses subsoniques.

La vitesse continuant à croître au delà de la célérité du son, la condition de Joukowski cesse de s'appliquer au bord de fuite tout au moins dès que celui-ci n'est plus "subsonique," s'il n'est pas rigoureusement normal à la vitesse à l'infini. Il est d'ailleurs recommandé de retenir une légère flèche pour le bord de fuite afin d'améliorer la continuité d'évolution et, sinon une forme courbe qui compliquerait l'aménagement des gouvernes, au moins une variation de flèche du bord de fuite en un point convenablement choisi de l'envergure.

Le calcul de l'évolution du centre de poussée relève d'un problème direct car il s'applique à une aile, éventuellement calculée pour une distribution de surpression donnée à un nombre de Mach, mais qui ne change plus lorsque le nombre de Mach varie. Il n'est pas souhaitable d'entreprendre un tel calcul qui serait très compliqué et modérément significatif. Quelques règles simples peuvent tenir lieu des conclusions précises d'une étude détaillée telle que celle qui fut effectuée, notamment par M. Fenain à l'ONERA, pour les ailes en delta.

Tout d'abord la surpression doit s'abaisser sensiblement au bord de fuite pour un calcul d'adaptation à une vitesse de vol modérément supersonique et même pour une vitesse correspondant à un nombre de Mach de l'ordre de 2, car, si la condition de Joukowski doit s'appliquer au vol transsonique, la surpression d'intrados ne peut pas croître très rapidement avec le nombre de Mach pour atteindre une valeur élevée à un nombre de Mach légèrement supérieur à un.

En second lieu, il est avantageux que la forme en plan soit telle que l'envergure soit stationnaire ou sensiblement stationnaire au voisinage des extrémités. L'aile plane ayant une telle forme en plan satisfait en effet exactement ou approximativement à la condition de Joukowski en vol transsonique.

Enfin la chute de la surpression vers le bord de fuite, donnée pour une vitesse supersonique, ne doit pas être trop brutale. Elle est nécessairement assez rapide mais doit tendre à devenir à peu près stationnaire en même temps que l'envergure. La théorie des corps élancés s'applique en effet grossièrement, même aux vitesses supersoniques, et une surface sensiblement plane facilitant l'aménagement des gouvernes, est obtenue lorsque la distribution du potentiel sur une section transversale tend à devenir elliptique et sensiblement stationnaire, en même temps que l'envergure, à l'approche du bord de fuite.

CHOIX DE LA SURPRESSION

Il n'a pas pu être tenu compte de toutes les prescriptions du précédent paragraphe pour le premier exemple d'application de la méthode car ces prescriptions exigent une variation compliquée de la surpression dans la section longitudinale médiane qui ne peut être représentée que par une expression analytique dépendant de nombreux paramètres. Le calcul sur machine simple eut été alourdi et la précision compromise.

Pour une forme en plan définie par la demi-envergure $y_0 = b(x_0)$ le coefficient de surpression, présenté sous forme polynomiale en y_0 , est :

$$\delta C_p = F(x_0) \left[1 - \frac{y_0^2}{b^2(x_0)} \right] \left[1 + A_1^{(x_0)} \frac{y_0^2}{b^2(x_0)} + A_2^{(x_0)} \frac{y_0^4}{b^4(x_0)} + \dots \right]$$

où le dernier polynôme ne doit pas avoir de zéro inférieur à $b(x_0)$.

Pour une programmation sur une machine perfectionnée, les fonctions régulières $b(x_0)$, $F(x_0)$, $A_1(x_0)$. . . sont arbitraires et la seule règle recommandable est de leur donner une expression analytique simple facilitant cette programmation.

Pour un premier calcul sur machine simple, les coefficients A ont été choisis constants et tels que la distribution de potentiel dans une section transversale soit sensiblement elliptique, sauf au voisinage des bords d'attaque. Cette dernière condition imposée à la représentation visait à l'obtention d'une section transversale sensiblement rectiligne dans sa partie centrale, facilitant la construction. Les calculs ont été préparés pour une représentation du coefficient de surpression δC_p par un polynôme du sixième degré en y_0 mais ils n'ont pu aboutir, à l'époque de la rédaction du présent mémoire, que pour un polynôme dont le degré est limité à quatre, le coefficient A_1 étant choisi égal à 2. La chute de δC_p est alors trop lente pour être très satisfaisante et la section transversale de l'aile s'écarte sensiblement d'une droite dans sa partie centrale. La continuité de variation de cote est néanmoins suffisante pour une construction raisonnable.

La forme en plan est celle dont le foyer était connu. Elle est ogivale et définie par

$$\frac{b(x_0)}{x_0} = \left(2 - \frac{x_0}{c}\right) \tan \gamma, \quad \gamma = 20^\circ$$

où c est la corde centrale. Le nombre de Mach d'adaptation fut choisi par la condition $\beta = \frac{1}{2} \tan \gamma$ de manière que le bord d'attaque soit sonique à l'apex.

Le choix de la fonction $F(x_0)$ ne fut pas particulièrement heureux et serait à reprendre pour une nouvelle application. Par suite d'une erreur de transcription de formule, elle fut mise sous la forme d'un polynôme en x_0 multiplié par une puissance élevée de $b(x_0)$, ce qui eut pour effet de décharger considérablement l'apex. Les paramètres du polynôme devaient être utilisés pour régler la marge statique, la résistance et la surpression au bord de fuite, à coefficient de portance donnée. En fait, ils sont trop peu nombreux pour le premier exemple pour qu'un compromis entièrement satisfaisant puisse être obtenu mais le calcul est de toutes manières à reprendre pour une forme en plan plus intéressante.

FONCTIONS AUXILIAIRES

Les fonctions auxiliaires H , intervenant dans l'expression de la cote par une intégrale simple, sont les primitives successives de la fonction H_0 par rapport à y_0 . Elles peuvent être calculées aisément par récurrence.

$$H_n = - \frac{x - x_0}{\beta} \int H_{n-1} \cos \theta \, d\theta$$

Les expressions des 7 premières fonctions sont données par le tableau ci-après:

$$\frac{H_0}{\beta} = - \theta - \cotan \theta$$

$$\frac{H_1}{x - x_0} - \ln \left| \cotan \frac{\theta}{2} \right| + \theta \sin \theta + 2 \cos \theta$$

$$\frac{\beta H_2}{(x - x_0)^2} = \sin \theta \ln \left| \cotan \frac{\theta}{2} \right| + \frac{\theta}{4} \cos 2\theta - \frac{5}{8} \sin 2\theta$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta^2 H_3}{(x - x_0)^3} = & -\frac{1}{2} \sin^2 \theta \ln \left| \cotan \frac{\theta}{2} \right| + \theta \left[-\frac{1}{8} \sin \theta - \frac{1}{3 \times 8} \sin 3\theta \right] \\ & + \frac{1}{16} \cos \theta - \frac{17}{9 \times 16} \cos 3\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta^3 H_4}{(x - x_0)^4} = & \frac{1}{6} \sin^3 \theta \ln \left| \cotan \frac{\theta}{2} \right| + \theta \left[\frac{5}{3 \times 32} - \frac{1}{3 \times 8} \cos 2\theta \right. \\ & \left. - \frac{1}{3 \times 64} \cos 4\theta \right] - \frac{1}{9 \times 16} \sin 2\theta + \frac{37}{9 \times 256} \sin 4\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta^4 H_5}{(x - x_0)^5} = & -\frac{1}{24} \sin^4 \theta \ln \left| \cotan \frac{\theta}{2} \right| + \theta \left[-\frac{1}{32} \sin \theta + \frac{1}{128} \sin 3\theta \right. \\ & \left. + \frac{1}{15 \times 128} \sin 5\theta \right] - \frac{1}{9 \times 32} \cos \theta + \frac{1}{3 \times 512} \cos 3\theta \\ & + \frac{197}{9 \times 25 \times 512} \cos 5\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta^5 H_6}{(x - x_0)^6} = & \frac{1}{120} \sin^5 \theta \ln \left| \cotan \frac{\theta}{2} \right| + \theta \left[\frac{7}{45 \times 32} - \frac{3}{512} \cos 2\theta \right. \\ & \left. + \frac{1}{45 \times 16} \cos 4\theta + \frac{1}{45 \times 512} \cos 8\theta \right] + \frac{1}{15 \times 2,048} \sin 2\theta \\ & - \frac{11}{9 \times 25 \times 128} \sin 4\theta - \frac{23}{75 \times 2,048} \sin 6\theta \end{aligned}$$

Ces expressions, bien qu'elles soient assez compliquées, peuvent être introduites dans la programmation d'une machine perfectionnée. Pour les calculs sur machines simples, elles ont été tabulées et les résultats du calcul sont donnés en annexe. L'interpolation large dans les tables incomplètes limite la précision du calcul qui est suffisante pour la détermination de la forme de l'aile mais imparfaite pour l'estimation de la résistance et la recherche de sa réduction. Il est heureusement plus facile de déterminer les valeurs des paramètres correspondant à la résistance la plus faible que de calculer la valeur exacte de la résistance minimale et, en raison des effets du frottement qui ne sont pas pris en compte

dans le calcul de la résistance, il est plus intéressant de choisir la forme la meilleure que de déterminer avec précision sa résistance pour un fluide parfait.

Les fonctions de θ exprimées ci-dessus sont constantes sur l'avant-cône de Mach du point x, y de l'aile où $\theta = \pm \pi/2$ ce qui simplifie considérablement le calcul sur ces lignes de la partie de l'intégrale simple fournissant la cote.

REGLAGE DE LA MARGE STATIQUE

Le réglage de la marge statique, qui ne dépend que de la forme en plan de l'aile et de la distribution de la surpression d'intrados, est une opération qui peut être faite avant le calcul de la forme de l'aile et de sa résistance.

Il a déjà été observé que le centre de poussée dépend essentiellement de la forme en plan mais la marge statique est une différence qui ne dépend que de la fonction $F(x_0)$ pour des coefficients A fixés et dépend encore essentiellement de $F(x_0)$ si les coefficients A sont légèrement variables avec l'abscisse x_0 .

Le choix d'un centre de poussée fixe une relation linéaire entre les coefficients dont dépend linéairement $F(x_0)$ et n'établit donc pas une relation compliquée au départ du calcul de la résistance.

Pour le premier exemple étudié, le réglage de la marge statique fut sensiblement faussé par l'erreur déchargeant exagérément le voisinage de l'apex. Il fut nécessaire de compenser cette erreur par le choix de coefficients élevés dans l'expression de $F(x_0)$ pour ramener le centre de poussée au voisinage de celui de l'aile plane de même forme en plan. Ceci eut pour conséquences, non seulement une insuffisance de précision du calcul de la résistance, mais une altération de la forme qui reste néanmoins acceptable à titre de première approximation et pour une forme en plan sans grand intérêt. Il s'agissait essentiellement d'éprouver une méthode de calcul applicable aux formes en plan qui seront retenues par les constructeurs.

CALCUL DE LA RESISTANCE

La résistance en fluide parfait et définie en fonction de la surpression d'intrados δp et de la cote h de l'aile par

$$R = - \iint_A \delta p \frac{dh}{dx} dx dy$$

où A est la surface de l'aile.

Une intégration par parties, tenant compte du fait que la surpression δp s'annule au bord d'attaque, fournit une expression n'exploitant que la cote h précédemment calculée.

$$R = \iint_A \frac{\partial(\delta p)}{\partial(x)} h dx dy = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 \iint_A \frac{\partial(\delta C_p)}{\partial x} h dx dy$$

Si les coefficients A de l'expression de δC_p sont fixés par des considérations indépendantes de la résistance, les fonctions δC_p et h sont des fonctions linéaires

des coefficients restant disponibles dans $F(x_0)$ après écriture des conditions du paragraphe 6, réglage de la portance et de la marge statique. La résistance est donc une forme quadratique de ces coefficients qu'il est aisé de minimiser sans se soucier de s'approcher d'un minimum absolu fixé par des conditions trop schématiques pour traduire la complexité du compromis nécessaire au choix des caractéristiques d'une aile.

RESULTATS DES CALCULS

Les calculs ont été effectués à l'ONERA par Bevierre et Belmas pour la forme en plan représentée par la figure 1. Les sections longitudinales de l'aile sont représentées sur la figure 2 dont l'échelle verticale est 1,000 fois plus grande que l'échelle horizontale. Le bord de fuite est supposé rectiligne mais il est possible d'ajouter aux cotes une fonction $z(y)$ petite.

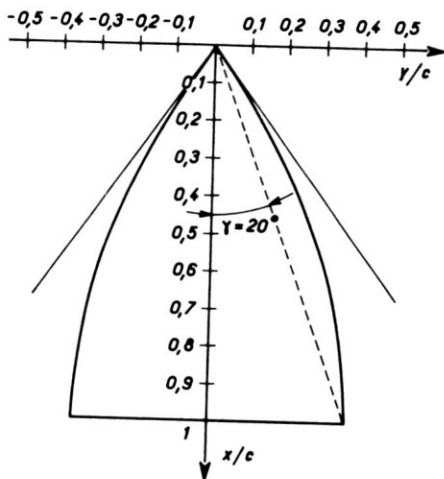


Fig. 1. Forme en plan de l'aile.

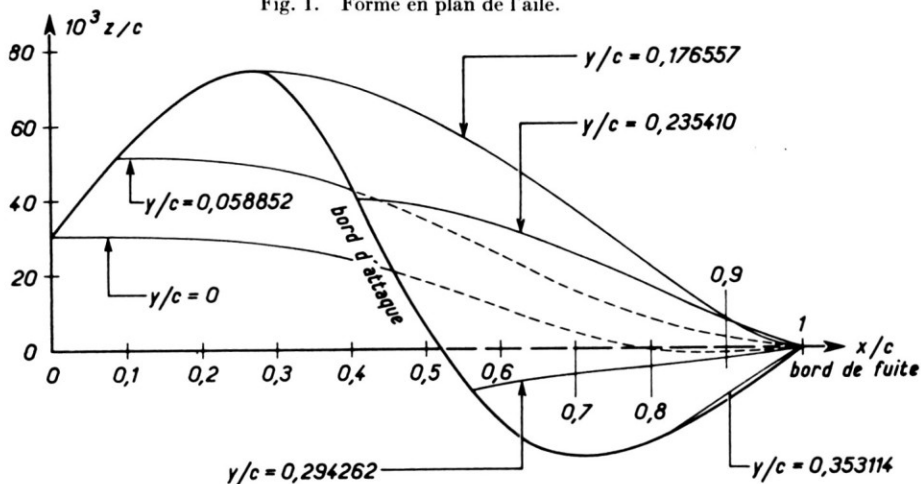


Fig. 2. Sections longitudinales de l'aile.

TABLE 1. COTES DE L'AILE EN MILLIEMES DE LA CORDE C DANS 6 SECTIONS LONGITUDINALES

y/c	x/c						
	0	0.058852	0.176757	0.235410	0.294262	0.353114	0.363970
0.000000	30.434379						
0.121272	30.359687	51.382004					
0.202120	29.894205	50.586319					
0.282968	28.575350	48.247674					
0.363816	25.784927	45.097855	72.865710				
0.444663	21.756311	39.102818	64.490358	40.031199			
0.525511	16.375866	31.823543	59.693792	36.927086			
0.606359	10.294702	24.079080	50.592304	32.764236	-10.210903		
0.687029	4.121642	15.925957	39.359115	26.912260	-6.921344		
0.768055	0.281816	9.858074	26.313707	19.364776	-5.375896		
0.848903	-1.173509	4.689747	14.308583	11.810821	-4.055635	-17.758167	
0.927751	-1.238563	2.417709	4.008289	5.634578	-2.271884	-7.557730	
1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

TABLE 2. COTES DE L'AILE EN MILLIEMES DE LA CORDE C AU BORD D'ATTAQUE

x/c	0.000000	0.058852	0.176757	0.235410	0.294262	0.353114	0.363970
$10^3 z/c$	30.434379	51.413370	74.572831	40.182938	-10.389646	-20.491968	0.000000

La demi-aile est définie par six sections longitudinales dont les cotes, exprimées en millièmes de la corde médiane, sont indiquées dans le tableau 1.

Compte tenu de la très grande échelle de représentation, l'aile ne s'écarte pas exagérément d'un plan. La courbure au bord d'attaque est modérée et même plutôt trop faible. Ceci est la conséquence du degré insuffisant de la représentation polynomiale pour un premier calcul. Le vrillage est important mais de même ordre que celui qui est habituellement trouvé pour les ailes delta adaptées. La pente vers l'apex est faible en raison de la limitation involontaire de la charge de cette région.

Le calcul fut effectué pour un coefficient de portance $C_z = 0.0977$ et pour un centre de poussée distant de l'apex de 0.5575-c. La valeur de la résistance n'est pas assez sûre pour être $C_x \sim 0.008$ indiquée avec plusieurs chiffres.

CONCLUSIONS

Bien que le premier exemple donné pour illustrer les possibilités d'emploi de la méthode de calcul proposée ne soit pas encore parfaitement satisfaisant, il montre clairement que, grâce à l'expérience acquise qui permettra de choisir des données plus judicieuses, et à un accroissement de précision des calculs qui

apparaît nécessaire, il sera possible de déterminer des voilures d'avions supersoniques pour les formes en plan qui seront retenues par les constructeurs.

Le calcul repose sur une connaissance assez approfondie de la répartition des charges qu'il faut donner à la forme de voilure choisie, notamment dans le sens de l'envergure. La distribution des charges entre les diverses sections transversales dépend au contraire essentiellement de la marge statique désirée et de la recherche d'une réduction de la résistance.

ANNEXE

TABLE DES FONCTIONS AUXILIAIRES

θ (grades)	$-H_0/\beta$	$H_1/x-x_0$	$-\beta H_2/(x-x_0)^2$	$-\beta^2 H_3/(x-x_0)^3$	$\beta^3 H_4/(x-x_0)^4$	$-\beta^4 H_5/(x-x_0)^5$	$\beta^5 H_6/(x-x_0)^6$
0	∞	$-\infty$	0	0.055555	0	0.001111	0
1.25	50.942672	-2.623559					
2.50	25.490970	-1.930316					
5	12.784745	-1.236786	-0.175577	0.063983	0.004606	0.001287	-0.001468
10	6.470831	-0.542141	-0.241883	0.080605	0.010210	0.001856	-0.002649
15	4.400919	-0.134299	-0.266923	0.100398	0.017167	0.002901	-0.003206
20	3.391843	0.156464	-0.265669	0.120658	0.025521	0.004504	-0.002747
25	2.806913	0.383148	-0.245470	0.139585	0.035115	0.006729	-0.000085
30	2.433849	0.569163	-0.211360	0.155951	0.045667	0.009602	0.000292
35	2.181630	0.726794	-0.166693	0.168969	0.056814	0.013108	0.000892
40	2.004700	0.863173	-0.114905	0.178215	0.068166	0.017184	0.001740
45	1.877771	0.982703	-0.057954	0.183583	0.079339	0.021730	0.002848
50	1.785398	1.088200	0.001775	0.185231	0.089988	0.026611	0.004208
55	1.718019	1.181496	0.062277	0.183547	0.099830	0.031670	0.005791
60	1.669020	1.263776	0.121720	0.179091	0.108656	0.036738	0.007553
65	1.633818	1.335787	0.178427	0.172555	0.116335	0.041647	0.009428
70	1.609083	1.397978	0.230872	0.164711	0.122811	0.046235	0.011341
75	1.592311	1.450587	0.277694	0.156357	0.128092	0.050360	0.013205
80	1.581557	1.493709	0.317703	0.148269	0.132234	0.053898	0.014933
85	1.575256	1.527346	0.349598	0.141156	0.135319	0.056750	0.016441
90	1.572101	1.551451	0.373479	0.135616	0.137440	0.058839	0.017652
95	1.570958	1.565954	0.387864	0.132103	0.138676	0.060113	0.018504
100	1.570796	1.570796	0.392699	0.130900	0.139081	0.060541	0.018953

Discussor: J. H. B. Smith, Royal Aircraft Establishment, U.K.

As those who heard the paper of Mr. Spence and myself will be aware, we at Farnborough have been very interested in the problems of wing design with which Mr. Legendre has been dealing. The special feature which he considers and we have not is the application of the Joukowski condition at the trailing edge at $M = 1$. I have not understood from the lecture how this can be done when the load distribution is specified at $M = 2$, say.

Author's reply to discussion:

M. Legendre dit que la condition de Joukowski n'est par généralement imposée lors du calcul d'une aile supersonique à l'adaptation et lui-même ne recommande de la retenir que pour le vol transsonique. Toutefois, au moins si l'envergure est stationnaire au bord de fuite, la théorie des corps élancés montre que, lorsque la condition est satisfaisante en vol transsonique, elle est approximativement satisfaite jusqu'à un nombre de Mach de l'ordre de deux.

M. Maurice Roy (Président de séance) fait valoir en outre que, si la condition de Joukowski n'est pas satisfaite au bord de fuite, la couche limite décolle vers l'amont pour étaler la discontinuité de pression qui ne peut pas subsister en fluide visqueux.

M. Legendre confirme qu'un tel décollement est observé dans les couches limites convenablement visualisées.